

UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MATEMÁTICAS ESPECIALES
TALLER 3
FUNCIONES ELEMENTALES COMPLEJAS
Grupo de Matemáticas Especiales

I. OBJETIVOS

- (a) Analizar las funciones complejas elementales más importantes: la función exponencial, las funciones trigonométricas, la función logaritmo y las funciones hiperbólicas. Tales funciones se definen de modo que para $z = x$ real se reduzcan a las funciones conocidas del cálculo.
- (b) Verificar algunas propiedades que no son evidentes cuando $z = x$ es real.

II. EJERCICIOS

1. Encontrar todos los z que satisfacen las siguientes ecuaciones.

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| i. $e^z = 2i$ | viii. $\sin(z) = \cosh(4)$ |
| ii. $e^z = -2$ | ix. $\cos(z) = 2$ |
| iii. $e^z = 1 + \sqrt{3}i$ | x. $e^{3z} = 1$ |
| iv. $\log(z) = \frac{\pi}{2}i$ | xi. $e^{4z} = i$ |
| v. $\sinh(z) = i$ | xii. $\operatorname{Re}(e^{2z}) = 0$ |
| vi. $\cosh(z) = \frac{1}{2}$ | xiii. $\log(z) = 3 - i$ |
| vii. $\cosh(z) = -2$ | xiv. $\log(z) = \sqrt{2} + \pi i$ |

2. Hallar el valor principal de:

- | | |
|---|-------------------|
| i. i^i . | v. $1^{\sqrt{2}}$ |
| ii. $\left[\frac{e}{2}(-1 - \sqrt{3}i)\right]^{3\pi i}$ | vi. $(1+i)^{1-i}$ |
| iii. $(1-4i)^{4i}$ | vii. 3^{3-i} |
| iv. $(1+i)^i$ | viii. 2^{2i} |

3. Probar que

$$\log(1+i)^2 = 2\log(1+i)$$

pero

$$\log(-1+i)^2 \neq 2\log(-1+i)$$

4. Para qué valores de z se tiene que $e^z = e^{iz}$.